THÍCH HỌC CHUI

Câu hỏi về Hàm số Lũy thừa, Mũ và Logarithm

Trong kỳ thi THPT Quốc Gia 2017

Dương Trác Việt

Bài viết cung cấp một số cách giải quyết những bài tập về hàm số lũy thừa, mũ và logarithm trong đề thi Tốt Nghiệp THPT Quốc Gia năm 2017, thuộc các mã đề 101 – 104. Trong nghiên cứu này, chúng tôi ưu tiên đề cập loạt kỹ thuật giải nhanh theo định hướng trắc nghiệm. Tuy nhiên, ở lớp các câu hỏi vận dụng cao, chúng tôi sẽ trình bày chi tiết theo lối tự luận truyền thống.

1 Biểu thức lý thuyết

Bài 1 (QG17,104,c08). Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2 a = \log_a 2$. **B.** $\log_2 a = \dfrac{1}{\log_2 a}$. **C.** $\log_2 a = \dfrac{1}{\log_a 2}$. **D.** $\log_2 a = -\log_a 2$.

Hướng dẫn giải

Hoán đổi vị trí của cơ số thì ta dùng phép nghịch đảo.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (C)

Bài 2 (QG17,102,c06). Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số thực dương x, y?

A. $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$. **B.** $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$.

C. $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a (x - y)$. **D.** $\log_a \dfrac{x}{y} = \dfrac{\log_a x}{\log_a y}$.

Hướng dẫn giải

Gọi tắt logarithm là "lô", ta có câu "Tổng lô bằng lô tích, hiệu lô bằng lô thương" hay "lô tích bằng tổng lô, lô thương bằng hiệu lô".

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (A)

2 Đạo hàm

Bài 3 (QG17,102,c28). Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x+1)$.

A. $y' = \dfrac{1}{(2x+1)\ln 2}$. **B.** $y' = \dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}$.

C. $y' = \dfrac{2}{2x+1}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{2x+1}$.

Hướng dẫn giải

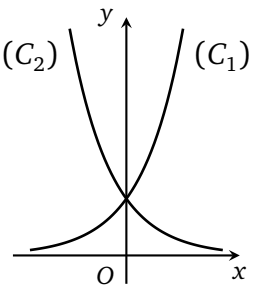
Đạo hàm của $\ln x$ là $\dfrac{1}{x}$ — mẹo đọc "lộn ngược x". Tổng quát hơn ta có đạo hàm của $\log_a x$ là $\dfrac{1}{x} \div \ln a$ — mẹo đọc "lộn ngược x chia $\ln a$". Từ đây suy ra $\log_a u = \dfrac{1}{u} \div \ln a \cdot u'$.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (B)

3 Đồ thị

Bài 4 (QG17,103,c22).

Cho hai hàm số $y = a^x$, $y = b^x$ với a, b là hai số thực dương khác 1, lần lượt có đồ thị là (C_1) và (C_2) như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $0 < a < b < 1$. **B.** $0 < b < 1 < a$.

C. $0 < a < 1 < b$. **D.** $0 < b < a < 1$.

Hướng dẫn giải

Căn cứ hình vẽ ta thấy (C_1) đi lên, tức là $y = a^x$ tăng (đồng biến), điều này dẫn đến $a > 1$.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (B)

4 Tập xác định

Bài 5 (QG17,101,c24). Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$.

A. $D = (-\infty; 1)$. **B.** $D = (1; +\infty)$. **C.** $D = \mathbb{R}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Hướng dẫn giải

Vì $\dfrac{1}{3}$ không nguyên nên hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (B)

Bài 6 (QG17,104,c11). Tìm tập xác định D của hàm số $y = \left(x^2 - x - 2\right)^{-3}$.

A. $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = (0; +\infty)$.

C. $D = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$.

Hướng dẫn giải

Vì -3 nguyên âm nên nên hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow x^2-x-2\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -1 \\ x\neq 2 \end{cases}$ (bấm MODE 5 3 hoặc nhẩm thấy $a+c=b$).

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (D)

Bài 7 (QG17,101,c16). Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_5 \dfrac{x-3}{x+2}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$. **B.** $D=(-\infty;-2)\cup[3;+\infty)$.

C. $D=(-2;3)$. **D.** $D=(-\infty;-2)\cup(3;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \dfrac{x-3}{x+2}>0 \Leftrightarrow (x-3)(x+2)>0$ và $x\neq -2 \quad (*)$.

Dễ thấy vế trái có nghiệm $x_{\text{nhỏ}}=-2$ và $x_{\text{lớn}}=3$.

Do $a=1>0$ cùng chiều ">0" nên sử dụng *ngoài - cùng*, tức $x<x_{\text{nhỏ}}$ hoặc $x>x_{\text{lớn}}$.

Vậy $(*) \Leftrightarrow x<-2$ hoặc $x>3$.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (D)

Bài 8 (QG17,104,c26). Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_3(x^2-4x+3)$.

A. $D=(2-\sqrt{2};1)\cup(3;2+\sqrt{2})$. **B.** $D=(1;3)$.

C. $D=(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$. **D.** $D=(-\infty;2-\sqrt{2})\cup(2+\sqrt{2};+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow x^2-4x+3>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<1 \\ x>3 \end{array}\right.$ (bấm MODE ▼ 1 1 1 hoặc nhẩm thấy $a+b+c=0$ và *ngoài - cùng*).

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (C)

Bài 9 (QG17,103,c32). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\log\left(x^2-2x-m+1\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m\geq 0$. **B.** $m<0$. **C.** $m\leq 2$. **D.** $m>2$.

Hướng dẫn giải

Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow x^2-2x-m+1>0$.

Hàm số đã cho có tập xác định $D=\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2-2x-m+1>0$ xảy ra với mọi $x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta'<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1>0 \\ 1-(-m+1)<0 \end{cases} \Leftrightarrow 1+m-1<0 \Leftrightarrow m<0.$

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (B)

Bài 10 (QG17,104,c40). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\ln(x^2-2x+m+1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m=0$. **B.** $0<m<3$.

C. $m<-1$ hoặc $m>0$. **D.** $m>0$.

Hướng dẫn giải

Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow x^2-2x+m+1>0$.

Hàm số đã cho có tập xác định $D=\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2-2x+m+1>0$ xảy ra với mọi $x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta'<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1>0 \\ 1-(m+1)<0 \end{cases} \Leftrightarrow 1-m-1<0 \Leftrightarrow -m<0 \Leftrightarrow m>0.$

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (D)

3 Phương trình

Bài 11 (QG17,101,c01). Cho phương trình $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0$. Khi đặt $t = 2^x$, ta được phương trình nào dưới đây?

A. $2t^2 - 3 = 0$. **B.** $t^2 + t - 3 = 0$. **C.** $4t - 3 = 0$. **D.** $t^2 + 2t - 3 = 0$.

Hướng dẫn giải

Vì $t = 2^x$ nên nếu $t = 100$ thì $x = \log_2 100$.

Nhập vào màn hình $4^X + 2^{X+1} - 3$, bấm CALC $X = \log(2, 100)$ = máy hiện 10197. Suy ra theo phân tích bách phân $1/01/97 \to 1/2/-3$.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (D)

Bài 12 (QG17,102,c09). Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(1-x) = 2$.

A. $x = -4$. **B.** $x = -3$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 5$.

Hướng dẫn giải

Nhập vào màn hình $\log_2(1-X)$, bấm CALC $X =$ đáp án, nếu màn hình hiện thị 2 (giống vế phải) thì nhận giá trị X đó là nghiệm.

Lần lượt thử từng đáp án ta được nghiệm của phương trình là $x = -3$.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (B)

Bài 13 (QG17,103,c04). Tìm nghiệm của phương trình $\log_{25}(x+1) = \dfrac{1}{2}$.

A. $x = -6$. **B.** $x = 6$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = \dfrac{23}{2}$.

Hướng dẫn giải

Nhập vào màn hình $\log_{25}(X+1)$, bấm CALC $X =$ đáp án, nếu màn hình hiện thị $\dfrac{1}{2}$ (giống vế phải) thì nhận giá trị X đó là nghiệm.

Lần lượt thử từng đáp án ta được nghiệm của phương trình là $x = 4$.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (C)

Bài 14 (QG17,104,c05). Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5) = 4$.

A. $x = 21$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 11$. **D.** $x = 13$.

Hướng dẫn giải

Nhập vào màn hình $\log_2(X-5)$, bấm CALC $X =$ đáp án, nếu màn hình hiện thị 4 (giống vế phải) thì nhận giá trị X đó là nghiệm.

Lần lượt thử từng đáp án ta được nghiệm của phương trình là $x = 21$.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (A)

Bài 15 (QG17,103,c11). Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$.

A. $S = \{4\}$. **B.** $S = \{3\}$. **C.** $S = \{-2\}$. **D.** $S = \{1\}$.

Hướng dẫn giải

Nhập vào màn hình $\log_3(2X+1) - \log_3(X-1)$, bấm CALC $X =$ đáp án, nếu màn hình hiện thị 1 (giống vế phải) thì nhận giá trị X đó là nghiệm.

Lần lượt thử từng đáp án ta được nghiệm của phương trình là $x = 4$.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (A)

Bài 16 (QG17,102,c30). Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 1$.

A. $S = \{2+\sqrt{5}\}$. **B.** $S = \{2-\sqrt{5}; 2+\sqrt{5}\}$.

C. $S = \{3\}$. **D.** $S = \left\{\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}\right\}$.

Hướng dẫn giải

Nhập vào màn hình $\log_{\sqrt{2}}(X-1)+\log_{\frac{1}{2}}(X+1)$, bấm CALC $X=$ đáp án, nếu màn hình hiện thị 1 (giống vế phải) thì nhận giá trị X đó là nghiệm.

Lần lượt thử từng đáp án ta được nghiệm của phương trình là $x=2+\sqrt{5}$.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (A)

Bài 17 (QG17,104,c19). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $3^x=m$ có nghiệm thực.

A. $m\geq 1$. **B.** $m\geq 0$. **C.** $m>0$. **D.** $m\neq 0$.

Hướng dẫn giải

Vì VT $=3^x>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ nên phương trình $3^x=m$ có nghiệm thực $\Leftrightarrow$ VP $=m>0$.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (C)

Bài 18 (QG17,102,c31). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x-2^{x+1}+m=0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $m\in(-\infty;1)$. **B.** $m\in(0;+\infty)$. **C.** $m\in(0;1]$. **D.** $m\in(0;1)$.

Hướng dẫn giải

Ta có $4^x-2^{x+1}+m=0\Leftrightarrow(2^x)^2-2\cdot 2^x+m=0\quad(*)$.

Đặt $t=2^x>0$, khi đó $(*)$ trở thành $t^2-2t+m=0\quad(**)$.

Phương trình $(*)$ có 2 nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $(**)$ có 2 nghiệm thực dương phân biệt

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\P>0\\S>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4-4m>0\\m>0\\2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\m>0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<1.$$

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (D)

Bài 19 (QG17,101,c39). Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x-m\log_3 x+2m-7=0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2=81$.

A. $m=-4$. **B.** $m=4$. **C.** $m=81$. **D.** $m=44$.

Hướng dẫn giải

Vì $\log_3^2 x-m\log_3 x+2m-7=0$ $(*)$ có bậc hai theo $t=\log_3 x$ nên ta biến đổi điều kiện $x_1x_2=81$ theo $\log_3 x$.

Ta có $\log_3(x_1x_2)=\log_3 81\Leftrightarrow\log_3 x_1+\log_3 x_2=4$.

Bài toán trở thành tìm m để $t^2-mt+2m-7=0$ có nghiệm $t_1+t_2=4$. Theo Viète,

$$S=4\Leftrightarrow-\frac{-m}{1}=4\Leftrightarrow m=4.$$

Ngược lại, $4\to M$, vào MODE 5 3 nhập 1 $-M$ $2M-7$ = = ta được $X_1=2+\sqrt{3}$, $X_2=2-\sqrt{3}$ thỏa $t_1+t_2=4$.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (B)

Bài 20 (QG17,104,c31). Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x-2\cdot 3^{x+1}+m=0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=1$.

A. $m=6$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=3$. **D.** $m=1$.

Hướng dẫn giải

Ta có $9^x-2\cdot 3^{x+1}+m=0\Leftrightarrow(3^x)^2-6\cdot 3^x+m=0\quad(*)$

Vì $(*)$ có bậc hai theo $t=3^x$ nên ta biến đổi điều kiện $x_1+x_2=1$ theo 3^x.

Ta có $3^{x_1+x_2}=3^1 \Leftrightarrow 3^{x_1}\cdot 3^{x_2}=3$.

Bài toán trở thành tìm m để $t^2-6t+m=0$ có nghiệm $t_1\cdot t_2=3$. Theo Viète, $P=3 \Leftrightarrow m=3$.

Ngược lại, $3 \to M$, vào MODE 5 3 nhập 1 $\quad -6 \quad M$ = = ta được $X_1=3+\sqrt{6} \to A$, $X_2=3-\sqrt{6} \to B$ thỏa $AB=3$.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (C)

6 Bất phương trình

Bài 21 (QG17,101,c17). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x-5\log_2 x+4\geq 0$.

A. $S=(-\infty;2)\cup[16;+\infty)$. **B.** $S=[2;16]$.

C. $S=(0;2]\cup[16;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Cách 1

Điều kiện xác định $x>0$.

Dễ thấy phương trình đã cho có bậc 2 theo ẩn $t=\log_2 x$.

Vào MODE ▼ 1 1 3 nhập 1 $\quad -5 \quad 4$ = máy hiện $X\leq 1, 4\leq X$ (hoặc theo Viète, ta dễ nhẩm thấy $a+b+c=0$ nên phương trình có nghiệm $t=1$ và $t=4$. Do $a=1>0$ cùng chiều "≥ 0" nên sử dụng *ngoài - cùng*).

Vậy phương trình đã cho

$$\Leftrightarrow \log_2 x\leq 1 \text{ hoặc } \log_2 x\geq 4 \Leftrightarrow x\leq 2 \text{ hoặc } x\geq 16.$$

Kết hợp điều kiện $x>0$ ta có nghiệm là $0<x\leq 2$ và $x\geq 16$.

Cách 2

Nhập vào màn hình $\log_2(X)^2-5\log_2(X)+4$

1. bấm CALC $X=5$, máy hiện số âm, loại (D);
2. bấm CALC $X=3$, máy hiện số âm, loại (B);
3. bấm CALC $X=-1$, máy hiện Math ERROR, loại (A);

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (C)

Bài 22 (QG17,103,c42). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2^2 x-2\log_2 x+3m-2<0$ có nghiệm thực.

A. $m<1$. **B.** $m<\dfrac{2}{3}$. **C.** $m<0$. **D.** $m\leq 1$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_2^2 x-2\log_2 x+3m-2<0 \quad (*)$

Đặt $t=\log_2 x$, khi đó $(*)$ trở thành $t^2-2t+3m-2<0 \quad (**)$.

Dễ thấy parabol (P): $y=t^2-2t+3m-2$ có $a=1>0$ nên nó có dạng $\cup$.

Gọi I là đỉnh của (P), khi ấy $(*)$ có nghiệm $\Leftrightarrow$ $(**)$ có nghiệm $\Leftrightarrow y_I<0$

$$\Leftrightarrow -\frac{\Delta'}{a}<0 \Leftrightarrow -\frac{1-(3m-2)}{1}<0 \Leftrightarrow 1-3m+2>0 \Leftrightarrow 3-3m>0 \Leftrightarrow m<1.$$

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (A)

Tính toán - rút gọn

Bài 23 (QG17,102,c13). Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

A. $P = x^{\frac{1}{8}}$. **B.** $P = x^2$. **C.** $P = \sqrt{x}$. **D.** $P = x^{\frac{2}{9}}$.

Hướng dẫn giải

Vì $x > 0$ nên có thể chọn $x = 2$.

Nhập vào màn hình $\log_X\left(X^{1\div 3} \times \sqrt[6]{X}\right)$, bấm CALC $X = 2$ =, máy hiện $\frac{1}{2}$. Vậy $P = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án C

Bài 24 (QG17,103,c29). Rút gọn biểu thức $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b}$ với $b > 0$.

A. $Q = b^2$. **B.** $Q = b^{\frac{5}{9}}$. **C.** $Q = b^{-\frac{4}{3}}$. **D.** $Q = b^{\frac{4}{3}}$.

Hướng dẫn giải

Vì $b > 0$ nên có thể chọn $b = 2$.

Nhập vào màn hình $\log_B\left(B^{5\div 3} \div \sqrt[3]{B}\right)$, bấm CALC $B = 2$ =, máy hiện $\frac{4}{3}$.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án D

Bài 25 (QG17,101,c06). Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_{\sqrt{a}} a$.

A. $I = \frac{1}{2}$. **B.** $I = 0$. **C.** $I = -2$. **D.** $I = 2$.

Hướng dẫn giải

Vì a dương và khác 1 nên có thể chọn $a = 3$.

Nhập vào màn hình $\log_{\sqrt{A}} A$, bấm CALC $A = 3$ = máy hiện 2.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án D

Bài 26 (QG17,103,c10). Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I = \log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a^2}{4}\right)$.

A. $I = \frac{1}{2}$. **B.** $I = 2$. **C.** $I = -\frac{1}{2}$. **D.** $I = -2$.

Hướng dẫn giải

Vì a dương và khác 2 nên có thể chọn $a = 3$.

Nhập vào màn hình $\log_{A\div 2}\left(\frac{A^2}{4}\right)$, bấm CALC $A = 3$ = máy hiện 2.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án B

Bài 27 (QG17,101,c15). Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = 9\log_a b$. **B.** $P = 27\log_a b$. **C.** $P = 15\log_a b$. **D.** $P = 6\log_a b$.

Hướng dẫn giải

Vì a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1 nên có thể chọn $a = 3$, $b = 5$.

Nhập vào màn hình $\dfrac{\log_A B^3 + \log_{A^2} B^6}{\log_A B}$, bấm CALC $A = 3, B = 5$ = máy hiện 6.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án D

Bài 28 (QG17,104,c29). Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $x = 3a + 5b$. **B.** $x = 5a + 3b$. **C.** $x = a^5 + b^3$. **D.** $x = a^5 b^3$.

Hướng dẫn giải

Cách 1

Tổng "lô" thì bằng "lô" tích, do VP là tổng lô nên VT phải là "lô" tích, suy ra x phải có dạng tích.

Cách 2

Điều kiện $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$ có cơ số ở hai vế đều giống nhau nhưng VP phức tạp hơn VT nên ta biến đổi rút gọn VP.

Ta có VP $= 5\log_2 a + 3\log_2 b = \log_2 a^5 + \log_2 b^3 = \log_2(a^5 b^3)$ so sánh với VT $= \log_2 x$ ta được $x = a^5 b^3$.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (D)

Bài 29 (QG17,102,c29). Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a\left(b^2 c^3\right)$.

A. $P = 31$. **B.** $P = 13$. **C.** $P = 30$. **D.** $P = 108$.

Hướng dẫn giải

Chọn $a = 3$, ta có

$$\log_a b = 2 \Leftrightarrow \log_3 b = 2 \Leftrightarrow b = 3^2 = 9,$$
$$\log_a c = 3 \Leftrightarrow \log_3 c = 3 \Leftrightarrow c = 3^3 = 27.$$

Nhập vào màn hình $\log_3\left(9^2 \times 27^3\right)$ [=] máy hiện 13.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (B)

Bài 30 (QG17,101,c42). Cho $\log_a x = 3$, $\log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

A. $P = \dfrac{7}{12}$. **B.** $P = \dfrac{1}{12}$. **C.** $P = 12$. **D.** $P = \dfrac{12}{7}$.

Hướng dẫn giải

Trong giả thiết $\log_a x = 3$, $\log_b x = 4$ ta thấy có chữ x giống nhau, hơn nữa nếu cùng cơ số thì giải dễ dàng hơn. Do đó ta biến đổi

$$\log_a x = 3 \Rightarrow \log_x a = \frac{1}{3}, \qquad (*)$$
$$\log_b x = 4 \Rightarrow \log_x b = \frac{1}{4}. \qquad (**)$$

Từ $(*)$ dễ dàng suy ra $a = x^{1/3}$, hoàn toàn tương tự từ $(**)$ ta có $b = x^{1/4}$.

Như vậy, $\log_{ab} x = \log_{x^{1/3}x^{1/4}} x$.

Nhập vào màn hình $\log_{X^{1\div3}X^{1\div4}} X$, bấm [CALC] $X = 3$ [=] máy hiện $\dfrac{12}{7}$.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (D)

Bài 31 (QG17,102,c37). Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tính $M = \dfrac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2\log_{12}(x + 3y)}$.

A. $M = \dfrac{1}{4}$. **B.** $M = 1$. **C.** $M = \dfrac{1}{2}$. **D.** $M = \dfrac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn $y = 2$ khi đó điều kiện $x^2 + 9y^2 = 6xy$ trở thành $x^2 + 36 = 12x$ hay $x^2 - 12x + 36 = 0 \Leftrightarrow x = 6$ (bấm [MODE] [5] [3]).

Nhập vào màn hình $\dfrac{1 + \log_{12}(X) + \log_{12}(Y)}{2\log_{12}(X + 3Y)}$, bấm [CALC] $X = 6$ và $Y = 2$ [=], máy hiện 1.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (B)

Bài 32 (QG17,103,c28). Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \dfrac{1}{2}$. Tính $I = 2\log_3\left[\log_3(3a)\right] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$.

A. $I = \dfrac{5}{4}$. **B.** $I = 4$. **C.** $I = 0$. **D.** $I = \dfrac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Vì $\log_3 a = 2$ nên $a = 3^2$, gán $3^2 \to A$.

Tượng tự, ta có $\log_2 b = \dfrac{1}{2}$ nên $b = 2^{\frac{1}{2}}$, gán $2^{1\div 2} \to B$.

Nhập vào màn hình $2\log_3\left(\log_3(3A)\right) + \log_{1\div 4}(B^2)$, bấm $=$, máy hiện $\dfrac{3}{2}$.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (D)

Bài 33 (QG17,103,c43). Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(a+b) = \dfrac{1}{2}(\log a + \log b)$. **B.** $\log(a+b) = 1 + \log a + \log b$.

C. $\log(a+b) = \dfrac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$. **D.** $\log(a+b) = \dfrac{1}{2} + \log a + \log b$.

Hướng dẫn giải

Cách 1

Chọn $b = 1$ (gán $1 \to B$) khi đó $a^2 + b^2 = 8ab$ trở thành $a^2 + 1 = 8a$ hay $a^2 - 8a + 1 = 0 \Leftrightarrow a = 4 \pm \sqrt{15}$ (bấm MODE 5 3).

Vì $a > 0$ nên ta có thể chọn $a = 4 + \sqrt{15}$ (gán $4 + \sqrt{15} \to A$) hoặc chọn $a = 4 - \sqrt{15}$ (gán $4 - \sqrt{15} \to A$) đều được. Ở đây tác giả chọn $a = 4 + \sqrt{15}$.

Nhập vào màn hình $\log(A+B)$, bấm $=$, máy hiện 0.9480696664. Lần lượt thử từng đáp án

1. nhập $\dfrac{1}{2}(\log(A) + \log(B))$ $=$, máy hiện 0.4480696664, loại (A).

2. sửa thành $\dfrac{1}{2}(1 + \log(A) + \log B)$ $=$, máy hiện 0.9480696664, nhận (C).

Cách 2

Vì đề bài yêu cầu tính $\log(a+b)$ nên từ điều kiện $a^2 + b^2 = 8ab$ ta cố gắng biến đổi sao cho xuất hiện $a + b$. Dễ thấy đây là biểu thức đối xứng dạng tổng - tích nên ta áp dụng hằng đẳng thức như sau

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 = 8ab \\ \Leftrightarrow & (a+b)^2 - 2ab = 8ab \\ \Leftrightarrow & (a+b)^2 = 10ab \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \Rightarrow \log(a+b)^2 = \log(10ab) \\ \Leftrightarrow & 2\log(a+b) = \log 10 + \log a + \log b \\ \Leftrightarrow & 2\log(a+b) = 1 + \log a + \log b \\ \Leftrightarrow & \log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b). \end{aligned}$$

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (C)

Bài 34 (QG17,104,c43). Với các số thực dương x, y tùy ý, đặt $\log_3 x = \alpha, \log_3 y = \beta$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3 = 9\left(\dfrac{\alpha}{2} - \beta\right)$. **B.** $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3 = \dfrac{\alpha}{2} + \beta$.

C. $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3 = 9\left(\dfrac{\alpha}{2} + \beta\right)$. **D.** $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3 = \dfrac{\alpha}{2} - \beta$.

Hướng dẫn giải

Chọn $\alpha = 100$ gán vào A ($100 \to A$) và $\beta = 0.01$ gán vào B ($0.01 \to B$), khi đó

$$\log_3 x = \alpha \Leftrightarrow \log_3 x = 100 \Leftrightarrow x = 3^{100} \to X$$
$$\log_3 y = \beta \Leftrightarrow \log_3 y = 0.01 \Leftrightarrow y = 3^{0.01} \to Y.$$

Nhập vào màn hình $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{X}^3}{Y^3}\right)$, bấm $=$ máy hiện $\dfrac{4999}{100}$.

Thử lần lượt các đáp án

1. nhập $9\left(\dfrac{A}{2} - B\right)$ $=$ máy hiện $\dfrac{44991}{100}$ nên loại (A);
2. sửa thành $9\left(\dfrac{A}{2} + B\right)$ $=$ máy hiện $\dfrac{45009}{100}$ nên loại (C);
3. sửa thành $\left(\dfrac{A}{2} + B\right)$ $=$ máy hiện $\dfrac{5001}{100}$ nên loại (B);

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (D)

8 Bài toán thực tế

Bài 35 (QG17,101,c35). Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 13 năm. **B.** 14 năm. **C.** 12 năm. **D.** 11 năm.

Hướng dẫn giải

Ta có công thức

$$\text{Số tiền sau} = \text{Số tiền ban đầu} \times (1 + \text{lãi suất})^{\text{số năm}}.$$

Thay số liệu của đề bài (đơn vị triệu đồng) vào công thức trên cho ta

$$50(1 + 6\%)^{\text{số năm}} > 100$$
$$\Leftrightarrow \text{số năm} > \log_{1+6\%} \frac{100}{50}.$$

Nhập $\log_{1+6\%}\left(\dfrac{100}{50}\right)$ bấm $=$, máy hiện $11.89566105 \approx 12$.

Vậy đáp số là sau ít nhất 12 năm.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (C)

Bài 36 (QG17,102,c41). Đầu năm 2016, ông A thành lập một công ty. Tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong năm 2016 là 1 tỷ đồng. Biết rằng cứ sau mỗi năm thì tổng số tiền dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm đó tăng thêm 15% so với năm trước. Hỏi năm nào dưới đây là năm đầu tiên mà tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm lớn hơn 2 tỷ đồng?

A. Năm 2023. **B.** Năm 2022. **C.** Năm 2021. **D.** Năm 2020.

Hướng dẫn giải

Ta có công thức

$$\text{Số tiền sau} = \text{Số tiền ban đầu} \times (1 + \text{lãi suất})^{\text{số năm}}.$$

Thay số liệu của đề bài (đơn vị tỷ đồng) vào công thức trên cho ta

$$1(1+15\%)^{\text{số năm}} > 2$$
$$\Leftrightarrow \text{số năm} > \log_{1+15\%} 2.$$

Nhập $\log_{1+15\%}(2)$ bấm $=$, máy hiện $4.959484455 \approx 5$.
Vậy thời điểm cần tìm là sau 5 năm kể từ 2016, tức là năm $2016+5=2021$.
$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (C)

9 Giá trị lớn nhất - nhỏ nhất

Bài 37 (QG17,104,c46). Xét các số nguyên dương a, b sao cho phương trình $a\ln^2 x + b\ln x + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $5\log^2 x + b\log x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $x_1x_2 > x_3x_4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $S_{\min}$ của $S = 2a + 3b$.

A. $S_{\min} = 30$. **B.** $S_{\min} = 25$. **C.** $S_{\min} = 33$. **D.** $S_{\min} = 17$.

Hướng dẫn giải

Vì a, b nguyên dương nên $S = 2a + 3b$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ a nhỏ nhất và b nhỏ nhất.
Theo giả thiết,

- Phương trình $a\ln^2 x + b\ln x + 5 = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 tức là $at^2 + bt + 5 = 0$ (1′) có hai nghiệm phân biệt $t_1 = \ln x_1$, $t_2 = \ln x_2$. Suy ra ta có $x_1 = e^{t_1}$, $x_2 = e^{t_2}$.
- Tương tự, $5\log^2 x + b\log x + a = 0$ (2) có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 tức $5t^2 + bt + a = 0$ (2′) có hai nghiệm phân biệt $t_3 = \log x_3$, $t_4 = \log x_4$. Suy ra $x_3 = 10^{t_3}$, $x_4 = 10^{t_4}$.

Vậy điều kiện $x_1 \cdot x_2 > x_3 \cdot x_4$ tương đương với

$$e^{t_1} \cdot e^{t_1} > 10^{t_3} \cdot 10^{t_4}$$
$$\Leftrightarrow e^{t_1+t_2} > 10^{t_3+t_4}$$

Theo định lý Viète, ta có $t_1 + t_2 = -\dfrac{b}{a}$ (xét (1′)), và $t_3 + t_4 = -\dfrac{b}{5}$ (xét (2′) tương ứng), điều này dẫn đến

$$\Leftrightarrow e^{-\frac{b}{a}} > 10^{-\frac{b}{5}}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{b}{a} > \ln\left(10^{-\frac{b}{5}}\right)$$
$$\Leftrightarrow -\frac{b}{a} > -\frac{b}{5}\ln 10$$
$$\overset{b>0}{\Leftrightarrow} -\frac{1}{a} > -\frac{\ln 10}{5}$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{a} < \frac{\ln 10}{5}$$
$$\overset{a>0}{\Leftrightarrow} a > \frac{5}{\ln 10} \approx 2,17147241.$$

Do $a \in \mathbb{N}$ nên $a > 2,17147241$ kéo theo $a_{\min} = 3$. Để kết thúc lời giải, ta cần tìm mối liên hệ còn lại giữa a và b.

Thật vậy, vì (1) và (2) có nghiệm nên

$$\begin{cases} \Delta_{(1)} > 0 \\ \Delta_{(2)} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow b^2 - 20a > 0 \overset{b>0}{\Leftrightarrow} b > \sqrt{20a}.$$

Suy ra $b_{\min} > \sqrt{20a_{\min}} = \sqrt{20 \cdot 3} = 2\sqrt{15} \approx 7,745966692$ dẫn đến $b_{\min} = 8$.

Kết luận, $S_{\min} = 2a_{\min} + 3b_{\min} = 2 \cdot 3 + 3 \cdot 8 = 30$.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (A)

Bài 38 (QG17,101,c47). Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 \dfrac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = x + y$.

A. $P_{\min} = \dfrac{9\sqrt{11}-19}{9}$.

B. $P_{\min} = \dfrac{9\sqrt{11}+19}{9}$.

C. $P_{\min} = \dfrac{18\sqrt{11}-29}{21}$.

D. $P_{\min} = \dfrac{2\sqrt{11}-3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Theo đề bài ta có $x > 0$ và $y > 0$, cho nên $x + 2y > 0$. Điều này kéo theo $\log_3 \dfrac{1-xy}{x+2y}$ xác định chỉ cần thêm điều kiện $1 - xy > 0$ hay $xy < 1$.

Ta xét điều kiện

$$\log_3 \frac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$$
$$\Leftrightarrow \log_3(1-xy) - \log_3(x+2y) = 3xy + x + 2y - 4$$

Dễ thấy hai vế đều có $x + 2y$, ta thường đưa những biểu thức giống nhau về cùng một vế

$$\Leftrightarrow \log_3(1-xy) - 3xy + 4 = \log_3(x+2y) + x + 2y$$
$$\Leftrightarrow \log_3(x+2y) + x + 2y = \log_3(1-xy) - 3xy + 4$$

Dễ thấy VT có dạng $f(t) = \log_3 t + t$, vì thế tiếp đến ta cần biến đổi sao cho VP cũng có dạng này, tức là xuất hiện ẩn phụ liên quan đến $1 - xy$. Để ý thấy nếu tách 4 thành $1 + 3$ thì ta có nhân tử chung

$$\Leftrightarrow \log_3(x+2y) + x + 2y = \log_3(1-xy) + 4 - 3xy$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x+2y)+x+2y=\log_3(1-xy)+1+3-3xy$$
$$\Leftrightarrow \log_3(x+2y)+x+2y=\log_3(1-xy)+1+3(1-xy)$$

Nếu để $+1$ ở ngoài thì VP chưa có dạng $f(t)=\log_3 t+t$. Vậy ta cần đưa $+1$ vào trong $\log_3(1-xy)$, lưu ý rằng $1=\log_3 3$

$$\Leftrightarrow \log_3(x+2y)+x+2y=\log_3(1-xy)+\log_3 3+3(1-xy)$$
$$\Leftrightarrow \log_3(x+2y)+x+2y=\log_3 3(1-xy)+3(1-xy)$$
$$\Leftrightarrow \log_3(x+2y)+x+2y=\log_3(3-3xy)+3-3xy. \quad (*)$$

Dễ thấy $y=\log_3 x$ $(a=3>1)$ và $y=x$ $(A=1>0)$ đều đồng biến trên $(0;+\infty)$, do đó, $f(t)=\log_3 t+t$ cũng đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Bên cạnh đấy, từ $(*)$ ta có $f(x+2y)=f(3-3xy)$.

Từ các lập luận trên suy ra

$$\begin{aligned} & x+2y=3-3xy \\ \Leftrightarrow & 3xy+2y=3-x \\ \Leftrightarrow & y(3x+2)=-(x-3) \\ \overset{x>0}{\Leftrightarrow} & y=-\frac{x-3}{3x+2}. \end{aligned}$$

Kéo theo $P=x+y=x-\dfrac{x-3}{3x+2}$. Lúc này ta cần biết sẽ khảo sát P trên miền nào? Vì $y>0$ nên

$$\begin{aligned} & -\frac{x-3}{3x+2}>0 \\ \Leftrightarrow & \frac{x-3}{3x+2}<0 \\ \overset{x>0}{\Leftrightarrow} & x-3<0 \\ \Leftrightarrow & x<3. \end{aligned}$$

Vậy ta khảo sát $P=g(x)=x-\dfrac{x-3}{3x+2}$ với $0<x<3$. Ta có

$$g'(x)=1-\frac{11}{(3x+2)^2}$$
$$g'(x)=0 \Leftrightarrow (3x+2)^2=11 \Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{11}-2}{3}\in(0;3).$$

Dễ thấy (nhập $X-\dfrac{X-3}{3X+2}$ vào màn hình và CALC $X=$ các giá trị...)

$$\lim_{x\to 0} g(x)=\frac{3}{2}=1,5;$$
$$\lim_{x\to 3} g(x)=3;$$
$$g\left(\frac{\sqrt{11}-2}{3}\right)=\frac{2\sqrt{11}-3}{3}\approx 1,211083194=P_{\min}.$$

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (D)

Bài 39 (QG17,102,c46). Xét các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 \dfrac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = a + 2b$.

A. $P_{\min} = \dfrac{2\sqrt{10}-3}{2}$. **B.** $P_{\min} = \dfrac{3\sqrt{10}-7}{2}$. **C.** $P_{\min} = \dfrac{2\sqrt{10}-1}{2}$. **D.** $P_{\min} = \dfrac{2\sqrt{10}-5}{2}$.

Hướng dẫn giải

Theo đề bài ta có $a > 0$ và $b > 0$, cho nên $a + b > 0$. Điều này kéo theo $\log_2 \dfrac{1-ab}{a+b}$ xác định chỉ cần thêm điều kiện $1 - ab > 0$ hay $ab < 1$.

Ta xét điều kiện

$$\begin{aligned}
&\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3\\
\Leftrightarrow &\log_2(1-ab) - \log_2(a+b) = 2ab + a + b - 3\\
\Leftrightarrow &3 - 2ab + \log_2(1-ab) = a + b + \log_2(a+b)\\
\Leftrightarrow &2 - 2ab + 1 + \log_2(1-ab) = a + b + \log_2(a+b)\\
\Leftrightarrow &2(1-ab) + \log_2 2 + \log_2(1-ab) = a + b + \log_2(a+b)\\
\Leftrightarrow &2(1-ab) + \log_2 2(1-ab) = a + b + \log_2(a+b). \quad (*)
\end{aligned}$$

Vì $f(t) = t + \log_2 t$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên từ $(*)$: $f(2-2ab) = f(a+b)$ suy ra

$$\begin{aligned}
&2 - 2ab = a + b\\
\Leftrightarrow &b + 2ab = 2 - a\\
\Leftrightarrow &b(1+2a) = -(a-2)\\
\overset{a>0}{\Leftrightarrow} &b = -\frac{a-2}{2a+1}.
\end{aligned}$$

Kéo theo $P = a + 2b = a - \dfrac{2a-4}{2a+1}$.

Mặt khác, vì $b > 0$ nên

$$\begin{aligned}
&-\frac{a-2}{2a+1} > 0\\
\Leftrightarrow &\frac{a-2}{2a+1} < 0\\
\overset{a>0}{\Leftrightarrow} &a - 2 < 0\\
\Leftrightarrow &a < 2.
\end{aligned}$$

Vậy ta khảo sát $P = g(a) = a - \dfrac{2a-4}{2a+1}$ với $0 < a < 2$. Ta có

$$g'(a) = 1 - \frac{10}{(2a+1)^2}$$

$$g'(a) = 0 \Leftrightarrow (2a+1)^2 = 10 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{10}-1}{2} \in (0;2).$$

Dễ thấy (nhập $A - \dfrac{2A-4}{2A+1}$ vào màn hình và CALC $A =$ các giá trị...)

$$\lim_{a\to 0} g(a) = 4;$$

$$\lim_{a\to 2} g(a) = 2;$$
$$g\left(\frac{\sqrt{10}-1}{2}\right) = \frac{2\sqrt{10}-3}{2} \approx 1,66227766 = P_{\min}.$$

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (A)

10 Khác

Bài 40 (QG17,103,c50). Xét hàm số $f(t) = \dfrac{9^t}{9^t + m^2}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $f(x) + f(y) = 1$ với mọi số thực x, y thỏa mãn $e^{x+y} \le e(x+y)$. Tìm số phần tử của S.

A. 0. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Biến đổi điều kiện

$$e^{x+y} \le e(x+y) \Leftrightarrow \frac{e^{x+y}}{e} \le x+y \Leftrightarrow e^{x+y-1} \le x+y \Leftrightarrow e^{x+y-1} - 1 \le x+y-1. \quad (*)$$

Xét hàm $y = g(t) = e^t - 1 - t = e^t - (t+1)$ với $t \in \mathbb{R}$. Vì hàm mũ $y = e^t$ tăng nhanh hơn hàm số bậc nhất $y = t+1$ rất nhiều (có thể kiểm chứng nhanh bằng MODE 7) nên rõ ràng

(i) Giá trị $g(t) \ge 0$ với mọi $t \in \mathbb{R}$, nghĩa là ta có $e^{x+y-1} - 1 \ge x+y-1$ $(**)$.

Từ $(*)$ và $(**)$ suy ra

$$e^{x+y-1} - 1 = x+y-1 \Leftrightarrow e^{x+y-1} - 1 - x + y - 1 = 0 \Leftrightarrow g(x+y-1) = g(0). \quad (3*)$$

(ii) Hàm $y = g(t)$ đơn điệu tăng trên toàn $\mathbb{R}$.

Lập luận này kết hợp với $(3*)$ dẫn đến $x+y-1 = 0$ hay $y = 1-x$.

Từ đó,

$$\begin{aligned} & f(x) + f(y) = 1 \\ \Leftrightarrow & f(x) + f(1-x) = 1 \\ \Leftrightarrow & \frac{9^x}{9^x + m^2} + \frac{9^{1-x}}{9^{1-x} + m^2} = 1 \quad (4*). \end{aligned}$$

Ta cần tìm xem có bao nhiêu giá trị của m thỏa mãn đẳng thức trên. Ở đây, chúng tôi sử dụng phân tích bách phân để rút gọn đẳng thức $(4*)$.

Gán $0.01 \to X$ và $100 \to M$.

Gán $9^X + M^2 \to A$ và $9^{1-X} + M^2 \to B$.

Khi đó, $(4*)$ có dạng $\dfrac{9^X}{A} + \dfrac{9^{1-X}}{B} = 1$ nên ta nhập vào màn hình

$$AB\left(\frac{9^X}{A} + \frac{9^{1-X}}{B} - 1\right)$$

ɒấm ⊜ máy hiện -99999991. Vì VP$=0$ nên ta xem như kết quả là 99999991

Suy ra theo phân tích bách phân $99/99/99/91 \to 1/0/0/0/-9$ tức là $m^4-9=0$. Đến đây ta dễ thấy có hai giá trị m thỏa mãn.

$\Longrightarrow$ Chọn đáp án (D)

Ghi chú

1. Bài viết có tham khảo lời giải của Nhóm LaTeX với mã nguồn được chia sẻ bởi thầy Châu Ngọc Hùng.
2. Loại máy tính cầm tay được sử dụng trong bài viết là CASIO fx-570VN PLUS, VINACAL 570ES Plus II.